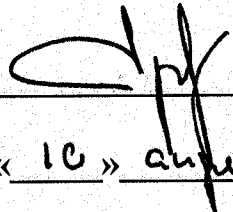


«СОГЛАСОВАНО»

ПРОЕКТ

Директор
Федерального института
педагогических измерений

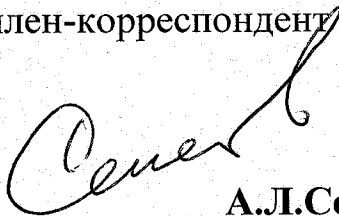

А.Г. Ершов
« 10 » августа 2009 г.

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

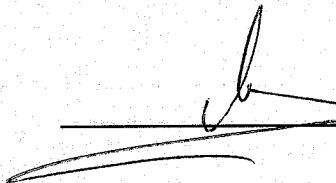
Демонстрационный вариант КИМ 2010 г.

Проект представлен:

Ректор
Московского института открытого образования,
член-корреспондент РАН


А.Л. Семенов
« _____ » _____ 2009 г.

Директор Московского центра
непрерывного математического образования,
зав. кафедрой математики
Московского института открытого образования


И.В. Ященко
« _____ » _____ 2009 г.

**Пояснения к демонстрационному варианту ЕГЭ
по МАТЕМАТИКЕ 2010 года**

Демонстрационный вариант ЕГЭ по математике 2010 года разработан по заданию Федеральной службы по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации.

Назначение демонстрационного варианта заключается в том, чтобы дать возможность любому участнику ЕГЭ и широкой общественности составить представление о структуре будущих КИМ, количестве заданий, их форме, уровне сложности.

К каждому заданию с развернутым ответом, включенному в демонстрационный вариант, дается одно, а в некоторых случаях два-три возможных решения. Приведённые критерии оценивания позволят составить представление о требованиях к полноте и правильности решений экзаменуемых.

При ознакомлении с демонстрационным вариантом 2010 года следует иметь в виду, что задания, включённые в него, не отражают всех вопросов содержания, которые могут быть включены в варианты КИМ в 2010 году. Структура работы приведена в спецификации, а полный перечень вопросов приведен в кодификаторах требований и содержания, входящих в настоящий комплект.

Сведения, содержащиеся в демоверсии, критериях оценивания, спецификации, кодификаторах, позволят выпускникам выработать стратегию подготовки к ЕГЭ по математике.

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Демонстрационный вариант 2010 года

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 18 заданий.

Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом (В1–В12) базового уровня по материалу курса математики. Ответом на задания этой части работы является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и записать ответ.

Для экономии времени советуем пропускать задания, которые не удастся выполнить сразу. Если после выполнения работы у вас останется время, то можно вернуться к пропущенным заданиям.

За каждый правильный ответ в зависимости от сложности задания и полноты ответа дается один или более баллов. Баллы, полученные вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь набрать как можно больше баллов.

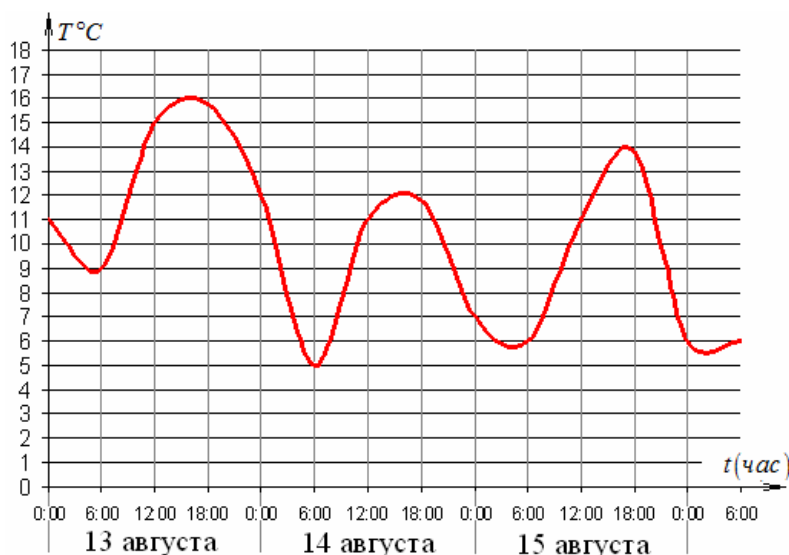
Желаем успеха!

Часть 1

Ответом на задания В1-В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1** Билет на автобус стоит 15 рублей. Какое максимальное число билетов можно будет купить на 100 рублей после повышения цены билета на 20%?

- В2** На графике показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. На оси абсцисс отмечается время суток в часах, на оси ординат – значение температуры в градусах. Определите по графику наибольшую температуру воздуха 15 августа.

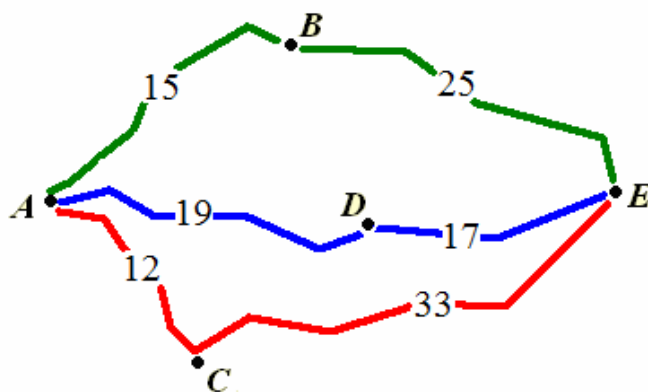


- В3** Найдите корень уравнения $3^{x-2} = 27$.

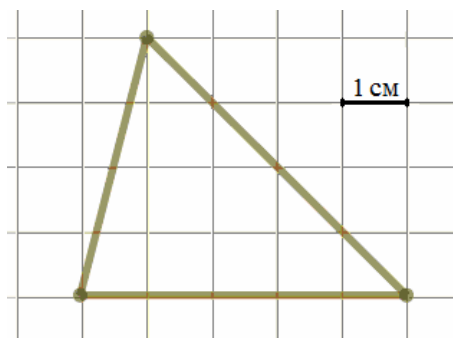
- В4** Найдите $5(1 - \cos^2 \alpha)$, если $\sin \alpha = \frac{4}{5}$.

B5

Велосипедист собирается проехать из пункта A в пункт E , в который ведут три маршрута: через B , через C и через D . Расстояния в километрах между соседними пунктами показаны на схеме. Известно, что если ехать через B , то средняя скорость будет равна 16 км/ч, если ехать через D – то 18 км/ч, а если ехать через C – то 20 км/ч. Велосипедист выбрал маршрут так, чтобы доехать до E за наименьшее время. Сколько часов он пробудет в пути?

**B6**

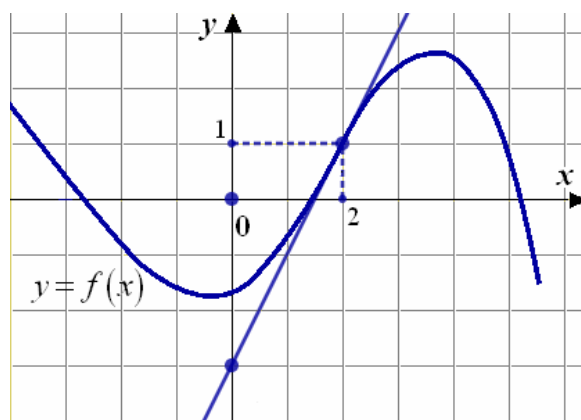
На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см \times 1 см изображен треугольник (см. рис.). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.

**B7**

Вычислите значение выражения $10 + 2\log_5 \frac{1}{25}$.

B8

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная этому графику в точке с абсциссой, равной 2. Найдите значение производной этой функции в точке $x = 2$.



К

B9

Камень брошен вертикально вверх. Пока камень не упал, высота, на которой он находится, описывается формулой $h(t) = -5t^2 + 18t$ (h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска). Найдите, сколько секунд камень находился на высоте не менее 9 метров.

- B10** Объем первого цилиндра равен 12 м^3 . У второго цилиндра высота в три раза больше, а радиус основания – в два раза меньше, чем у первого. Найдите объем второго цилиндра.
- B11** Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 12x + 3$ на отрезке $[-1; 3]$.
- B12** Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй – за три дня?

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1-C6 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + 3x - \sqrt{x^2 + 3x - 1} = 7, \\ 2\sqrt{2} \sin y = x. \end{cases}$$

- C2** К диагонали куба провели перпендикуляры из остальных вершин куба. На сколько частей и в каком отношении основания этих перпендикуляров разделили диагональ?

- C3** Решите неравенство $\frac{\sqrt{1-x^3}-1}{x+1} \leq x$.

- C4** На стороне BA угла ABC , равного 30° , взята такая точка D , что $AD = 2$ и $BD = 1$. Найдите радиус окружности, проходящей через точки A , D и касающейся прямой BC .

- C5** Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$4x - |3x - |x + a|| = 9|x - 1|$$

имеет хотя бы один корень.

- C6** Найдите все такие пары взаимно простых натуральных чисел a и b , что если к десятичной записи числа a приписать справа через запятую десятичную запись числа b , то получится десятичная запись числа, равного $\frac{b}{a}$.

**Система оценивания демонстрационного варианта
экзаменационной работы по МАТЕМАТИКЕ**

Ответы к заданиям части 1

Каждое правильно выполненное задание части 1 оценивается 1 баллом. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

№ задания	Ответ
B1	5
B2	14
B3	5
B4	3,2
B5	2
B6	10
B7	6
B8	2
B9	2,4
B10	9
B11	-13
B12	20

Ответы к заданиям части 2

№ задания	Ответ
C1	$x = 2, y = (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$
C2	на три части в отношении 1 : 1 : 1
C3	$[-2; -1), [0; 1]$
C4	1 или 7
C5	$-8 \leq a \leq 6$
C6	$a = 2, b = 5$

Решения и критерии оценивания части 2

Оценки заданий части 2 зависят от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развернутым ответом: решение должно быть математически грамотным, содержать рассмотрение всех возможных случаев (если таковые имеются); из него должен быть понятен ход рассуждений учащегося. В остальном (метод, форма записи) решение может быть произвольным. Задания допускают различные методы решения и записи ответа. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное число баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают. Некоторые ошибки в решениях могут квалифицироваться экспертами как опiski или неточности, не влияющие на оценку выполнения задания.

В критериях оценивания конкретных заданий содержатся общие требования к выставлению баллов. Однако они не исчерпывают всех возможных ситуаций. При проверке работ предметной комиссии в ряде случаев придется принимать решение, как квалифицировать тот или иной недочет учащегося, сопоставляя продвижения в решении задачи с приведенными критериями.

Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

При выполнении задания экзаменуемый может использовать без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, допущенных или рекомендованных Министерством образования и науки РФ.

C1 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + 3x - \sqrt{x^2 + 3x - 1} = 7, \\ 2\sqrt{2} \sin y = x. \end{cases}$$

Решение.

1. Сделаем замену $\sqrt{x^2 + 3x - 1} = t$. Тогда $x^2 + 3x = t^2 + 1$. Из первого уравнения получаем: $t^2 - t - 6 = 0$.

Корни: $t = 3$ или $t = -2$.

Получаем: $\sqrt{x^2 + 3x - 1} = 3$ или $\sqrt{x^2 + 3x - 1} = -2$.

Второе уравнение не имеет корней. Решим первое: $x^2 + 3x - 10 = 0$;
 $x = -5$ или $x = 2$.

2. При каждом из найденных значений x решим второе уравнение.

а) Если $x = -5$, из второго уравнения получаем: $\sin y = -\frac{5}{2\sqrt{2}}$.

$\frac{25}{8} > 1$, поэтому $\frac{5}{2\sqrt{2}} > 1$, значит, уравнение $\sin y = -\frac{5}{2\sqrt{2}}$ не имеет решений, поскольку правая часть меньше, чем -1 .

б) Если $x = 2$, из второго уравнения получаем:

$$\sin y = \frac{1}{\sqrt{2}}; \quad y = (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $x = 2, y = (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

Возможны другие варианты записи ответа. Например:

А) $x = 2, y = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$ или $y = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$;

Б) $\begin{cases} x = 2, \\ y = (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{cases}$

В) $\left(2; \frac{\pi}{4} + 2\pi n \right), \left(2; \frac{3\pi}{4} + 2\pi n \right), n \in \mathbb{Z}$.

Баллы	Критерии оценивания выполнения заданий
2	В представленном решении обоснованно получен верный ответ.
1	Верно решено первое уравнение, но в системе получен неточный ответ (отличающийся от верного тем, что в него включена посторонняя серия, в которой $x = -5$).
0	Решение не закончено или приводит к неверному ответу (отличному и от верного, и от неточного).
2	<i>Максимальный балл</i>

С2 К диагонали куба, соединяющей две его вершины, не лежащие в одной грани, провели перпендикуляры из остальных вершин куба. На сколько частей и в каком отношении основания этих перпендикуляров разделили диагональ?

Решение. Пусть на диагональ AC_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром 1 спроектировали все остальные вершины. Для вершины B имеем:

$$AB = 1, \quad BC_1 = \sqrt{2}.$$

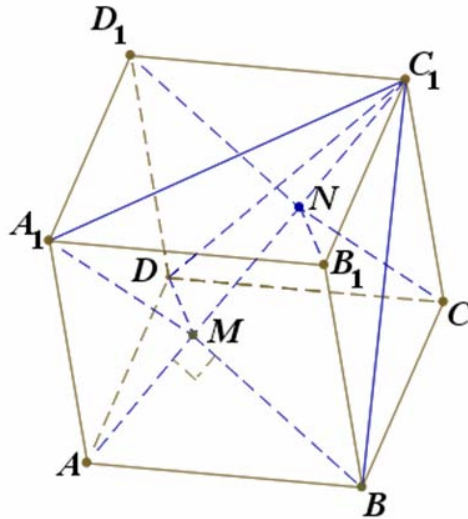


Рис. 1

Диагональ куба AC_1 равна $\sqrt{3}$. В треугольнике ABC_1 :

$$AB^2 = AM \cdot MC_1, \text{ откуда } 1 = AM \cdot \sqrt{3}$$

(пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике). Следовательно, $AM = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3}AC_1$, откуда $AM : MC_1 = 1 : 2$.

Таким же способом находим, что проекции точек A_1 и D делят диагональ AC_1 в том же отношении. Значит, вершины A_1 и D проектируются также в точку M .

Аналогично, вершины D_1, C и B_1 имеют общую проекцию N , которая делит диагональ в отношении $AN : NC_1 = 2 : 1$.

Поэтому $AM : MN : NC_1 = 1 : 1 : 1$.

Ответ: на три части в отношении $1 : 1 : 1$.

Возможны другие варианты записи ответа. Например:

А) на 3 равные части;

Б) основания перпендикуляров разделили диагональ на три равные части.

Другие варианты решения

А. Рассмотрим три некопланарных вектора

$$\overrightarrow{AB} = \vec{e}_1, \overrightarrow{AD} = \vec{e}_2, \overrightarrow{AA_1} = \vec{e}_3.$$

Длина каждого вектора равна 1, и эти три вектора попарно перпендикулярны. Пусть точка B проектируется на диагональ AC_1 в точку M . Тогда

$$\overrightarrow{AM} = \lambda \overrightarrow{AC_1} = \lambda(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3),$$

$$\overrightarrow{A_1M} = \overrightarrow{A_1A} + \overrightarrow{AM} = -\vec{e}_3 + \lambda\vec{e}_1 + \lambda\vec{e}_2 + \lambda\vec{e}_3 = \lambda\vec{e}_1 + \lambda\vec{e}_2 + (\lambda - 1)\vec{e}_3.$$

Так как $\overrightarrow{A_1M} \perp \overrightarrow{AC_1}$, их скалярное произведение равно нулю:

$$\overrightarrow{A_1M} \cdot \overrightarrow{AC_1} = 0, \text{ то есть}$$

$$\lambda + \lambda + \lambda - 1 = 0; \quad \lambda = \frac{1}{3}.$$

Аналогично, $\overrightarrow{DM} \perp \overrightarrow{AC_1}; \overrightarrow{BM} \perp \overrightarrow{AC_1}$.

Пусть D_1 проектируется в точку N ; аналогично получаем, что $\overrightarrow{C_1N} = \frac{1}{3}\overrightarrow{C_1A}$ и $\overrightarrow{CN} \perp \overrightarrow{C_1A}$ и $\overrightarrow{B_1N} \perp \overrightarrow{C_1A}$. Значит, отрезки AM, MN и NC_1 равны, то есть диагональ AC_1 разделилась в отношении 1:1:1.

Б. Используем координатно-векторный метод. Введем систему координат, считая, что начало координат в точке A , а оси координат проходят через точки B, D и A_1 (рис.1). Тогда в прямоугольном треугольнике AA_1C_1 (рис. 2) находим:

$$|\overrightarrow{AM}| = |\overrightarrow{AA_1}| \cos \varphi = \frac{\overrightarrow{AC_1} \cdot \overrightarrow{AA_1}}{|\overrightarrow{AC_1}|} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

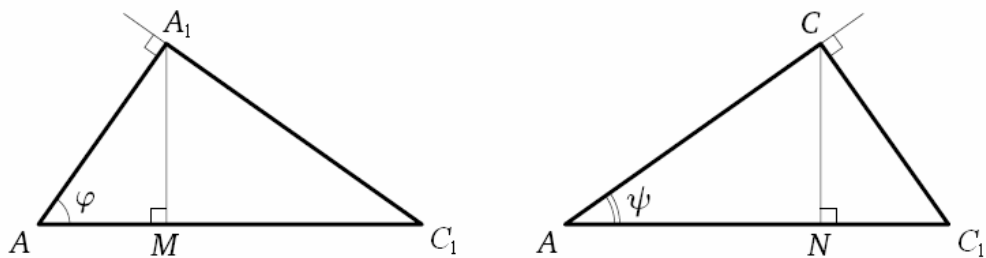


Рис. 2

Так же находим, что $AM = \frac{\sqrt{3}}{3}$, если M – проекция точки D или точки B .

Пусть N – проекция точки C на AC_1 . В треугольнике ACC_1 находим:

$$|\overrightarrow{AN}| = |\overrightarrow{AC}| \cos \psi = \frac{\overrightarrow{AC_1} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC_1}|} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Аналогично находим, что $|\overrightarrow{AN}| = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, если точка N – проекция точки B_1 или D_1 .

Баллы	Критерии оценивания выполнения заданий
3	В представленном решении обоснованно получены верные ответы на оба вопроса задачи.
2	Получен и обоснован верный ответ на первый вопрос задачи, а на второй вопрос ответ не дан или неверен.
1	Получен, но не обоснован верный ответ на первый вопрос задачи, а на второй вопрос ответ не дан или неверен.
0	Решение не закончено или получен неверный ответ на первый вопрос задачи.
3	<i>Максимальный балл</i>

С3

Решите неравенство $\frac{\sqrt{1-x^3}-1}{x+1} \leq x$.

Решение.

$$\frac{\sqrt{1-x^3}-1}{x+1} \leq x;$$

$$\frac{\sqrt{(1-x)(x^2+x+1)}-(x^2+x+1)}{x+1} \leq 0.$$

Заметим, что $x^2+x+1 > 0$ при всех x . Значит, обе части неравенства можно разделить на $\sqrt{x^2+x+1}$:

$$\frac{\sqrt{1-x}-\sqrt{x^2+x+1}}{x+1} \leq 0.$$

Выражение в числителе при всех допустимых x имеет тот же знак, что и выражение

$$(1-x)-(x^2+x+1).$$

Получаем систему

$$\begin{cases} \frac{(1-x)-(x^2+x+1)}{x+1} \leq 0, \\ 1-x \geq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x(x+2)}{x+1} \geq 0, \\ x \leq 1; \end{cases}$$

$$-2 \leq x < -1 \text{ или } 0 \leq x \leq 1.$$



Ответ: $[-2; -1); [0; 1]$.

Возможны другие варианты записи ответа. Например:

А) $-2 \leq x < -1; 0 \leq x \leq 1$;

Б) $x \in [-2; -1) \cup [0; 1]$.

Другой вариант решения. Преобразуем неравенство:

$$\frac{\sqrt{1-x^3} - (x^2 + x + 1)}{x+1} \leq 0.$$

Учитывая, что $x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4} > 0$ при всех x , можем записать:

$$\frac{\sqrt{1-x^3} - \sqrt{(x^2 + x + 1)^2}}{x+1} \leq 0.$$

Рассмотрим два случая:

$$1) \begin{cases} \sqrt{(1-x)(x^2 + x + 1)} \leq \sqrt{(x^2 + x + 1)^2}, \\ x+1 > 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \leq (1-x)(x^2 + x + 1) \leq (x^2 + x + 1)^2, \\ x+1 > 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \leq 1-x \leq x^2 + x + 1, \\ x+1 > 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -1 < x \leq 1, \\ \begin{cases} x \geq 0, \\ x \leq -2; \end{cases} \end{cases}$$

$$x \in [0; 1].$$

$$2) \begin{cases} \sqrt{(1-x)(x^2+x+1)} \geq \sqrt{(x^2+x+1)^2}, \\ x+1 < 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1-x \geq x^2+x+1, \\ x+1 < 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 \leq x \leq 0, \\ x < -1; \end{cases}$$

$$x \in [-2; -1).$$

Баллы	Критерии оценивания выполнения заданий
3	В представленном решении обоснованно получен верный ответ.
2	Получен неточный ответ (отличающийся от верного тем, что из него исключены какие-либо из чисел $-2, 0, 1$).
1	Из-за арифметических ошибок получен неверный ответ, содержащийся в области $x \leq 1$ и/или в ответ включено число 1.
0	Решение не закончено или получен неверный ответ (кроме тех случаев, в которых выставляется 1–2 балла; см. выше).
3	<i>Максимальный балл</i>

C4

На стороне BA угла ABC , равного 30° , взята такая точка D , что $AD = 2$ и $BD = 1$. Найдите радиус окружности, проходящей через точки A, D и касающейся прямой BC .

Решение. Центр искомой окружности лежит на пересечении серединного перпендикуляра к отрезку AD с перпендикуляром к прямой BC , проходящим через точку касания. Для точки X касания искомой окружности с прямой BC по теореме о касательной и секущей имеем

$$BX^2 = BD \cdot AB = 1 \cdot 3, \text{ откуда } BX = \sqrt{3}.$$

Существуют две возможности.

1) Точка касания лежит на луче BC (рис. 3.). Тогда центр окружности совпадает с серединой O отрезка AD , так как в прямоугольном треугольнике OBE

$$\angle OBE = 30^\circ, \quad OB = 2, \quad BE = \sqrt{3},$$

и точка X совпадает с точкой E .

Искомый радиус окружности равен 1, поскольку $OE = OA = OD = 1$.

2) Точка касания X лежит на продолжении луча BC за точку B . Пусть Q – центр искомой окружности, $F = X$ – основание перпендикуляра, опущенного из Q на прямую BC , а G – точка пересечения прямых QF и AD .

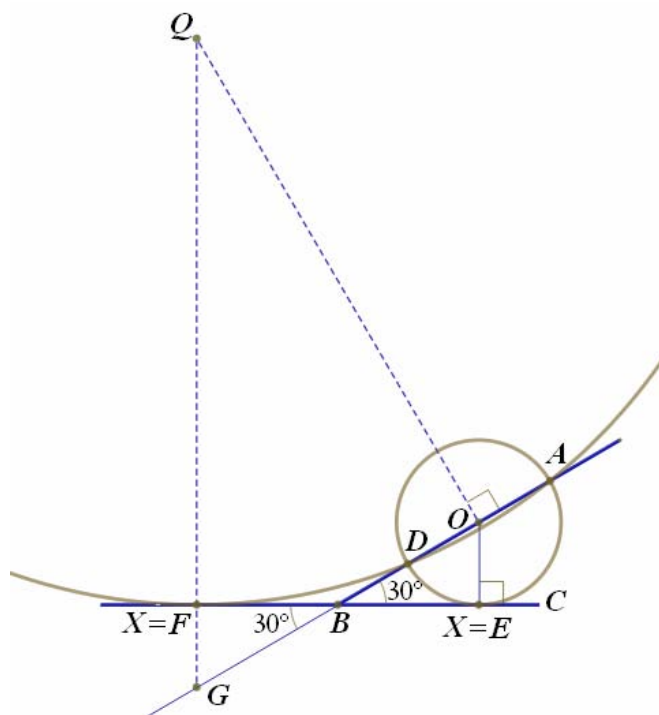


Рис. 3.

Тогда

$$BF = BX = \sqrt{3}, \angle GBF = 30^\circ, \angle QGO = 60^\circ,$$

$$BG = 2, GF = 1, OG = 2 + 2 = 4, GQ = 8, OQ = 4\sqrt{3}.$$

Значит,

$$QF = 8 - 1 = 7, QD = QA = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 1^2} = 7,$$

и поэтому искомый радиус окружности равен 7.

Ответ: 1 или 7.

Возможны другие варианты записи ответа. Например,

А) 1, 7;

Б) радиус окружности равен 7 или 1.

Баллы	Критерии оценивания выполнения заданий
3	В представленном решении верно найдены радиусы обеих окружностей.
2	Рассмотрены оба случая расположения окружности, но верно найден радиус только в одном из них.
1	Рассмотрен только один случай расположения окружности и верно найден ее радиус.
0	Оба радиуса найдены неверно.
3	Максимальный балл

C5

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$4x - |3x - |x + a|| = 9|x - 1|$$

имеет хотя бы один корень.

Решение. Запишем уравнение в виде

$$9|x - 1| + |3x - |x + a|| - 4x = 0.$$

Непрерывная функция $f(x) = 9|x - 1| + |3x - |x + a|| - 4x$

1) неограниченно возрастает при $x \geq 1$, так как при любом раскрытии модулей имеем

$$f(x) = 9x - 9 - 4x \pm 3x \pm x \pm a = kx + m,$$

где $k \geq 9 - 4 - 4 = 1 > 0$;

2) убывает при $x \leq 1$, так как при любом раскрытии модулей имеем

$$f(x) = -9x + 9 - 4x \pm 3x \pm x \pm a = kx + m,$$

Где $k \leq -9 - 4 + 4 = -9 < 0$.

Следовательно, $x = 1$ – точка минимума функции f , а область ее значений есть множество $[f(1); +\infty)$. Поэтому уравнение будет иметь корень тогда и только тогда, когда

$$f(1) \leq 0.$$

Решим это неравенство:

$$|3 - |1 + a|| \leq 4;$$

$$-4 \leq |a + 1| - 3 \leq 4;$$

$$|a + 1| \leq 7;$$

$$-7 \leq a + 1 \leq 7;$$

$$-8 \leq a \leq 6.$$

Ответ: $-8 \leq a \leq 6$.

Возможны другие варианты записи ответа. Например:

А) $[-8; 6]$;

Б) $a \in [-8; 6]$.

Баллы	Критерии оценивания выполнения заданий
4	В представленном решении обоснованно получен верный ответ.
3	Получен верный ответ, но он недостаточно обоснован (например, не указано явно, что функция принимает все значения из множества $[f(1); +\infty)$) или решение содержит ошибки.
2	Верно рассмотрены отдельные случаи расположения x , в результате чего получена часть верного ответа (возможно, другие случаи не рассмотрены или в них допущены ошибки).
1	Верно рассмотрены отдельные случаи, но не найдена никакая часть верного ответа.
0	Решение не содержит ни одного верно рассмотренного случая.
4	<i>Максимальный балл</i>

С6

Найдите все такие пары взаимно простых натуральных чисел (то есть чисел, наибольший общий делитель которых равен 1) a и b , что если к десятичной записи числа a приписать справа через запятую десятичную запись числа b , то получится десятичная запись числа, равного $\frac{b}{a}$.

Решение. Пусть десятичная запись числа b состоит из n цифр. Тогда по условию задачи можно записать равенство

$$\frac{b}{a} = a + \frac{b}{10^n}, \text{ поэтому } 10^n (b - a^2) = ab. \quad (1)$$

Из этого уравнения следует, что $b > a^2 \geq a$.

Так как числа a и b взаимно простые, то числа $b - a^2$ и ab тоже взаимно простые. (Действительно, пусть p – общий простой делитель этих чисел. Тогда, если p делитель a , то p будет делителем b . Если же p – делитель b , то p будет делителем a^2 , значит p – делитель a . Поэтому p – общий делитель a и b , то есть $p = 1$.)

Значит, уравнение (1) равносильно системе

$$\begin{cases} b - a^2 = 1, \\ ab = 10^n, \\ \text{НОД}(a, b) = 1. \end{cases}$$

Поэтому возможны только два случая:

1) $b = 10^n$, $a = 1$, но тогда уравнение $b - a^2 = 1$ принимает вид $10^n = 2$ и не имеет натуральных решений.

2) $b = 5^n$, $a = 2^n$. Для этой пары уравнение $b - a^2 = 1$ принимает вид

$$5^n - 4^n = 1, \text{ откуда } \left(\frac{5}{4}\right)^n = 1 + \left(\frac{1}{4}\right)^n.$$

Так как функция от n , стоящая в левой части последнего уравнения возрастает, а в правой – убывает, то решение $n = 1$ единственное.

Ответ: $a = 2, b = 5$.

Возможны другие варианты записи ответа. Например:

А) $(2; 5)$;

Б) $\frac{5}{2} = 2,5$;

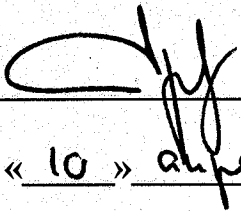
В) $\begin{cases} a = 2, \\ b = 5. \end{cases}$

Баллы	Критерии оценивания выполнения заданий
4	В представленном решении обоснованно получен верный ответ.
3	Получена система необходимых и достаточных условий на пару искомых чисел и найдено ее решение, но недостаточно обоснована его единственность.
2	Угадан ответ и составлено верное уравнение в натуральных числах, из которого сделаны какие-либо существенные выводы для нахождения искомой пары чисел.
1	Угадан ответ и составлено верное уравнение в натуральных числах.
0	Ответ не найден ИЛИ ответ неверен ИЛИ в решении не составлено верное уравнение в натуральных числах.
4	<i>Максимальный балл</i>

«СОГЛАСОВАНО»

ПРОЕКТ

Директор
Федерального института
педагогических измерений


А.Г. Ершов
« 10 » апреля 2009 г.

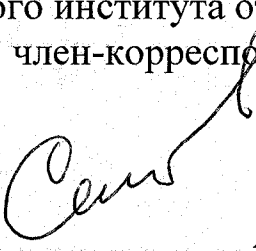
Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

**Спецификация
экзаменационной работы по математике**

единого государственного экзамена 2010 г.

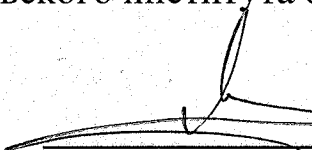
Проект представлен:

Ректор
Московского института открытого образования,
член-корреспондент РАН


А.Л. Семенов

« _____ » _____ 2009 г.

Директор Московского центра
непрерывного математического образования,
зав. кафедрой математики
Московского института открытого образования


И.В. Ященко

« _____ » _____ 2009 г.

СПЕЦИФИКАЦИЯ
экзаменационной работы по МАТЕМАТИКЕ
единого государственного экзамена 2010 г.

1. Преамбула

Представленная модель экзаменационной работы по математике (кодификаторы, спецификация, демонстрационный вариант и система оценивания заданий) предназначена для использования в качестве комплекта нормативных документов, регламентирующих разработку контрольных измерительных материалов ЕГЭ по математике в 2010 г., и имеет ряд принципиальных отличий от моделей предыдущих лет.

В соответствии с нормативными документами 2009 г., результат выполнения экзаменационной работы ЕГЭ не влияет на аттестационную отметку выпускника. По результатам ЕГЭ устанавливается только пороговый балл, достижение которого необходимо для получения аттестата о среднем (полном) образовании. В этих условиях в экзаменационную работу включена группа заданий, выполнение которых свидетельствует о наличии у выпускника общематематических навыков, необходимых человеку в современном обществе. Задания этой группы проверяют базовые вычислительные и логические умения и навыки, умение анализировать информацию, представленную в графиках и таблицах, ориентироваться в простейших геометрических конструкциях.

В экзаменационную работу не включены задания с выбором ответа, что отвечает существующим традициям преподавания математики в российской школе и позволяет качественно проверить усвоение математических знаний, умений и навыков на базовом уровне. По сравнению с предыдущими моделями экзаменационных работ общее число заданий уменьшено. В то же время, число заданий с кратким ответом и с развернутым ответом увеличено.

В целях более эффективного отбора выпускников для продолжения образования в высших учебных заведениях с различными требованиями к уровню математической подготовки обучающихся, расширена вторая часть работы, состоящая из заданий с развернутым ответом. Первые четыре задания этой части предназначены для проверки знаний, умений и навыков на том уровне требований, который традиционно предъявляется вступительными экзаменами по математике при поступлении в педагогические и технические Вузы. Последние два задания второй части предназначены для конкурсного отбора абитуриентов в ведущие университеты.

Существенно изменены подходы к разработке заданий и формированию структуры экзаменационного варианта.

В рамках новой модели реализована деятельностная структура – каждое задание работы проверяет определенное умение, навык, вид познавательной

деятельности. В связи с этим, наряду с кодификатором элементов содержания, фиксирующим объекты и методы курса математики, подлежащие экзаменационной проверке, в соответствии с Федеральным компонентом государственного образовательного стандарта составлен кодификатор требований.

Значительно изменена по сравнению с предыдущими моделями система оценивания заданий с развернутым ответом. Новая система, продолжающая традиции выпускных и вступительных экзаменов по математике, основывается на следующих принципах:

– Возможны различные способы решения задания и записи развернутого ответа. Главное требование – решение должно быть математически грамотным, из него должен быть понятен ход рассуждений экзаменуемого. В остальном (метод, форма записи) решение может быть произвольным. Оценивается степень полноты и обоснованности рассуждений, независимо от конкретного хода решения.

– При выполнении задания экзаменуемый может использовать без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, допущенных или рекомендованных Министерством образования и науки РФ.

Настоящая модель экзаменационной работы разработана в предположении, что варианты ЕГЭ могут формироваться с использованием открытого банка заданий, доступного школьникам, учителям и родителям.

Экзаменационные задания разрабатываются на основе Федерального компонента государственного образовательного стандарта среднего (полного) образования. Тексты заданий предлагаемой модели экзаменационной работы в целом соответствуют формулировкам, принятым в учебниках и учебных пособиях, включенных в Федеральный перечень.

2. Назначение экзаменационной работы – оценить уровень общеобразовательной подготовки по математике выпускников XI класса общеобразовательных учреждений для принятия решения об итоговой аттестации и для отбора выпускников в высшие и средние специальные учебные заведения.

3. Документы, определяющие нормативно-правовую базу экзаменационной работы

Содержание экзаменационной работы определяется на основе следующих документов:

- 1) Федеральный компонент государственного стандарта общего образования (приказ Минобрнауки России «Об утверждении федерального компонента государственных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования» от 05.03.2004 г. № 1089).

4. Характеристика структуры и содержания экзаменационной работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, которые различаются по содержанию, сложности и числу заданий. Определяющим признаком каждой части работы является форма заданий:

- часть 1 содержит задания с кратким ответом;
- часть 2 содержит задания с развернутым ответом.

Задания с кратким ответом части 1 экзаменационной работы предназначены для определения математических компетентностей выпускников образовательных учреждений, реализующих программы среднего (полного) общего образования на базовом уровне.

Задание с кратким ответом считается выполненным, если верный ответ зафиксирован в бланке ответов №1 в той форме, которая предусмотрена инструкцией по выполнению задания. Ответом на задания части 1 является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 2 включает 6 заданий с развернутым ответом, в числе которых 4 задания повышенного и 2 задания высокого уровня сложности, предназначенные для более точной дифференциации абитуриентов вузов.

В заданиях с развернутым ответом части 2 экзаменационной работы должно быть записано подробное обоснованное решение задачи и ответ в бланке ответов №2.

В таблице 1 приведена структура экзаменационной работы.

Табл. 1. Структура вариантов КИМ 2010 г.

Число заданий – 18	Часть 1	Часть 2
	12	6
Тип заданий и форма ответа	В1 – В12 с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби	С1 – С6 с развернутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий)
Уровень сложности	Базовый	Повышенный и высокий
Проверяемый учебный материал курсов математики	1. Математика 5-6 классов 2. Алгебра 7-9 классов 3. Алгебра и начала анализа 10-11 классов 4. Геометрия 7-11 классов	1. Алгебра 7-11 классов 2. Геометрия 7-11 классов

5. Распределение заданий экзаменационной работы по содержанию, проверяемым умениям и видам деятельности

В работе проверяются основные элементы содержания, изученные в курсе математики средней (полной) школы: вычисления и преобразования числовых и буквенных выражений, уравнения и неравенства, числовые функции и последовательности, геометрические величины и их свойства.

В 2010 году не предполагается включение в работу заданий по разделу «Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей». Однако могут быть включены задания, предполагающие анализ данных, представленных в табличной или графической форме.

В таблице 2 показано распределение заданий экзаменационной работы по содержательным блокам курса математики.

Табл. 2. Распределение заданий по содержательным блокам учебного предмета

Содержательные блоки по кодификатору КЭС	Число заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за задания данного блока содержания от максимального первичного балла за всю работу, равного 31
Алгебра	5	8	25,8 %
Уравнения и неравенства	6	12	38,7 %
Функции	1	1	3,2 %
Начала математического анализа	2	2	6,5 %
Геометрия.	4	8	25,8 %
Итого:	18	31	100%

Содержание и структура экзаменационной работы дают возможность достаточно полно проверить комплекс умений по предмету:

- уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни.
- уметь выполнять вычисления и преобразования.
- уметь решать уравнения и неравенства.
- уметь выполнять действия с функциями.
- уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами.
- уметь строить и исследовать математические модели.

В таблице 3 представлено распределение заданий экзаменационной работы по проверяемым умениям и видам деятельности.

Табл. 3. Распределение заданий по проверяемым умениям и видам деятельности

Проверяемые умения и виды деятельности (по кодификатору КТ)	Число заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за задания данного вида учебной деятельности от максимального первичного балла за всю работу, равного 31
Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	4	4	12,9 %
Уметь выполнять вычисления и преобразования	2	2	6,5 %
Уметь решать уравнения и неравенства	4	10	32,2 %
Уметь выполнять действия с функциями	2	2	6,5 %
Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	4	8	25,8 %
Уметь строить и исследовать математические модели	2	5	16,1 %
Итого:	18	31	100%

6. Распределение заданий работы по уровню сложности

Часть 1 содержит 12 заданий базового уровня (В1-В12). Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня (С1-С4) и 2 задания высокого уровня сложности (С5, С6).

В таблице 4 представлено распределение заданий экзаменационной работы по уровню сложности.

Таблица 4. Распределение заданий по уровню сложности

Уровень сложности заданий	Число заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за задания данного уровня сложности от максимального первичного балла за всю работу, равного 31
Базовый	12	12	38,7%
Повышенный	4	11	35,5%
Высокий	2	8	25,8%
Итого:	18	31	100%

7. Время выполнения работы

На выполнение экзаменационной работы отводится 240 минут.

8. План экзаменационной работы 2010 года

Содержание экзаменационной работы по математике отражено в обобщенном плане работы, который дан в Приложении 1.

На основе обобщенного плана экзаменационной работы формируются планы для отдельных вариантов экзаменационных КИМ.

9. Дополнительные материалы и оборудование

Дополнительное оборудование не требуется, справочные материалы выдаются вместе с текстом экзаменационной работы.

10. Условия проведения и проверки экзамена (требования к персоналу)

На экзамене в аудиторию не допускаются специалисты по математике и преподаванию математики. Использование единой инструкции по проведению экзамена позволяет обеспечить соблюдение единых условий без привлечения лиц со специальным математическим образованием.

Проверку экзаменационных работ (заданий с развернутым ответом) осуществляют специалисты по математике, прошедшие специальную подготовку по оценке выполнения заданий. Эта проверка проводится в соответствии с методическими рекомендациями по оцениванию заданий с развернутым ответом, подготовленными специалистами ФИПИ.

11. Рекомендации по подготовке к экзамену

К экзамену можно готовиться по учебникам, имеющим гриф Министерства образования и науки Российской Федерации, а также по пособиям, включенным в перечень учебных изданий, допущенных Министерством образования Российской Федерации, и пособиям, рекомендованным федеральными и региональными органами образования для подготовки к единому государственному экзамену.

12. Изменения в структуре и содержании экзаменационной работы 2010 г. по сравнению с 2009 г.

В структуру и содержание экзаменационной работы внесены следующие изменения.

- 1) общее число заданий уменьшено до 18;
- 2) число частей работы уменьшено до двух;
- 3) исключены задания с выбором ответа;
- 4) добавлены задания на проверку общематематических компетенций учащихся;
- 5) увеличено число заданий с полной записью решения;
- 6) увеличена доля заданий по геометрии.

**Обобщенный план экзаменационной работы
ЕГЭ 2010 г. по МАТЕМАТИКЕ**

Обозначение заданий в работе и бланке ответов: В – задания с кратким ответом, С – задания с развернутым ответом.

Уровни сложности задания: Б – базовый, П – повышенный, В – высокий.

№ п/п	Обозначение задания в работе	Проверяемые умения	Коды проверяемых требований (умений) (по КТ)	Коды проверяемых элементов содержания (по КЭС)	Уровень сложности задания	Макс. балл за выполнение задания	Примерное время выполнения задания, учащимся, изучавшим математику на базовом уровне	Примерное время выполнения задания, учащимся, изучавшим математику на профильном уровне
1	В1	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	6.1	1.1.1, 1.1.3, 2.1.12	Б	1	3-5	1-2
2	В2	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	6.2, 3.1	3.1 – 3.3, 6.2.1	Б	1	3-5	1-2
3	В3	Уметь решать уравнения и неравенства	2.1	2.1, 2.2	Б	1	4-8	2-3
4	В4	Уметь выполнять вычисления и преобразования	1.2, 1.3	1.1 – 1.4	Б	1	5-10	2-3
5	В5	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	6.3	2.1.12, 1.4, 6.2.1	Б	1	8-15	5-7
6	В6	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	4.1, 5.2	5.1	Б	1	5-14	3-5
7	В7	Уметь выполнять вычисления и преобразования	1.1	1.1 – 1.4	Б	1	5-10	2-3

8	В8	Уметь выполнять действия с функциями	3.1, 3.2	4.1	Б	1	4-14	3-5
9	В9	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	6.3	2.1 – 2.2, 2.1.12	Б	1	10-22	5-10
10	В10	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	4.2	5.2-5.5	Б	1	10-25	3-10
11	В11	Уметь выполнять действия с функциями	3.3	4.2 – 4.3	Б	1	10-20	5-10
12	В12	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	5.1	2.1.1, 2.1.2, 2.1.12	Б	1	10-22	5-10
13	С1	Уметь решать уравнения и неравенства	2.1, 2.2	2.1 – 2.2	П	2	15-30	10-20
14	С2	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	4.2 4.3	5.2 – 5.6	П	3	17-40	12-25
15	С3	Уметь решать уравнения и неравенства	2.3	2.1 – 2.2	П	3	–	10-25
16	С4	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	4.1	5.1	П	3	–	15-30
17	С5	Уметь решать уравнения и неравенства	2.1	2.1 – 2.2, 3.2 – 3.3	В	4	–	20-30
18	С6	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	5.1 5.3	1.1 – 1.3	В	4	–	30-40

Всего заданий – 18, из них по типу заданий: В – 12, С – 6;

По уровню сложности: Б – 12, П – 4, В – 2.

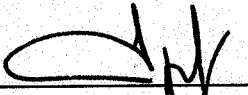
Максимальный первичный балл за всю работу – 31.

Общее время выполнения работы – 240 минут.

«СОГЛАСОВАНО»

ПРОЕКТ

Директор
Федерального института
педагогических измерений

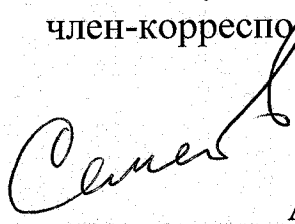

А.Г. Ершов
« 10 » апреля 2009 г.

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

**Кодификатор требований
к уровню подготовки выпускников по математике
для составления контрольных измерительных материалов
единого государственного экзамена 2010 г.**

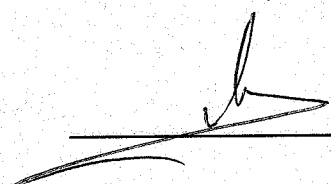
Проект представлен:

Ректор
Московского института открытого образования,
член-корреспондент РАН


А.Л. Семенов

« _____ » _____ 2009 г.

Директор Московского центра
непрерывного математического образования,
зав. кафедрой математики
Московского института открытого образования


И.В. Ященко

« _____ » _____ 2009 г.

**Кодификатор требований к уровню подготовки выпускников по
МАТЕМАТИКЕ для составления контрольных измерительных
материалов единого государственного экзамена 2010 г.**

Кодификатор требований к уровню подготовки по математике выпускников средней (полной) школы составлен на основе Обязательного минимума содержания основных образовательных программ и Требований к уровню подготовки выпускников средней (полной) школы (Приказ МО РФ «Об утверждении федерального компонента Государственных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования от 05.03.2004 № 1089).

Кодификатор требований по всем разделам включает в себя требования к уровню подготовки выпускников средней (полной) школы (базовый уровень). В соответствии со стандартом средней (полной) школы в требования к уровню подготовки включаются также знания, необходимые для освоения соответствующих умений.

В первом столбце таблицы указаны коды разделов, на которые разбиты требования к уровню подготовки по математике. Во втором столбце указан код требования, для которого создаются экзаменационные задания. В третьем столбце указаны требования (умения), проверяемые заданиями экзаменационной работы.


Код раздела	Код контролируемого требования (умения)	Требования (умения), проверяемые заданиями экзаменационной работы
1		Уметь выполнять вычисления и преобразования
	1.1	Выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма
	1.2	Вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования
	1.3	Проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции
2		Уметь решать уравнения и неравенства
	2.1	Решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы
	2.2	Решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод
	2.3	Решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их системы
3		Уметь выполнять действия с функциями
	3.1	Определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения; строить графики изученных функций
	3.2	Вычислять производные и первообразные элементарных функций
	3.3	Исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций

Код раздела	Код контролируемого требования (умения)	Требования (умения), проверяемые заданиями экзаменационной работы
4		Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами
	4.1	Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей)
	4.2	Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы
	4.3	Определять координаты точки; проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами
5		Уметь строить и исследовать простейшие математические модели
	5.1	Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры
	5.2	Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин
	5.3	Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения
6		Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни
	6.1	Анализировать реальные числовые данные; осуществлять практические расчеты по формулам, пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах
	6.2	Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках
	6.3	Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения

«СОГЛАСОВАНО»

ПРОЕКТ

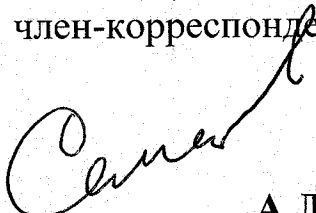
Директор
Федерального института
педагогических измерений


А.Г. Ершов
« 10 » *апреля* 2009 г.

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Кодификатор элементов содержания по математике
для составления контрольных измерительных материалов
единого государственного экзамена 2010 г.

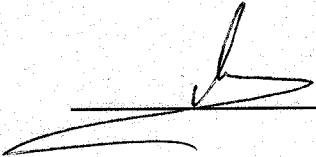
Проект представлен:

Ректор
Московского института открытого образования,
член-корреспондент РАН


А.Л. Семенов

« _____ » _____ 2009 г.

Директор Московского центра
непрерывного математического образования,
зав. кафедрой математики
Московского института открытого образования


И.В. Ященко

« _____ » _____ 2009 г.

**Кодификатор элементов содержания по МАТЕМАТИКЕ
для составления контрольных измерительных материалов единого
государственного экзамена 2010 г.**

Кодификатор элементов содержания по математике составлен на основе Обязательного минимума содержания основных образовательных программ и Требований к уровню подготовки выпускников средней (полной) школы (Приказ МО РФ «Об утверждении федерального компонента Государственных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования от 05.03.2004 № 1089).

Кодификатор элементов содержания по всем разделам включает в себя элементы содержания за курс средней (полной) школы (базовый уровень) и необходимые элементы содержания за курс основной школы.

В первом столбце таблицы указаны коды разделов и тем. Во втором столбце указан код содержания раздела (темы), для которого создаются проверочные задания.

Код раздела	Код контролируемого элемента	Элементы содержания, проверяемые заданиями экзаменационной работы
1		Алгебра
1.1		<i>Числа, корни и степени</i>
	1.1.1	Целые числа
	1.1.2	Степень с натуральным показателем
	1.1.3	Дроби, проценты, рациональные числа
	1.1.4	Степень с целым показателем
	1.1.5	Корень степени $n > 1$ и его свойства
	1.1.6	Степень с рациональным показателем и ее свойства
	1.1.7	Свойства степени с действительным показателем
1.2		<i>Основы тригонометрии</i>
	1.2.1	Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла
	1.2.2	Радианная мера угла
	1.2.3	Синус, косинус, тангенс и котангенс числа
	1.2.4	Основные тригонометрические тождества
	1.2.5	Формулы приведения
	1.2.6	Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов
	1.2.7	Синус и косинус двойного угла
1.3		<i>Логарифмы</i>
	1.3.1	Логарифм числа
	1.3.2	Логарифм произведения, частного, степени
	1.3.3	Десятичный и натуральный логарифмы, число e
1.4		<i>Преобразования выражений</i>
	1.4.1	Преобразования выражений, включающих арифметические операции
	1.4.2	Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень
	1.4.3	Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени
	1.4.4	Преобразования тригонометрических выражений
	1.4.5	Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования
	1.4.6	Модуль (абсолютная величина) числа

Код раздела	Код контролируемого элемента	Элементы содержания, проверяемые заданиями экзаменационной работы
2		Уравнения и неравенства
2.1		<i>Уравнения</i>
	2.1.1	Квадратные уравнения
	2.1.2	Рациональные уравнения
	2.1.3	Иррациональные уравнения
	2.1.4	Тригонометрические уравнения
	2.1.5	Показательные уравнения
	2.1.6	Логарифмические уравнения
	2.1.7	Равносильность уравнений, систем уравнений
	2.1.8	Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными
	2.1.9	Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных
	2.1.10	Использование свойств и графиков функций при решении уравнений
	2.1.11	Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем
2.1.12	Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений	
2.2		<i>Неравенства</i>
	2.2.1	Квадратные неравенства
	2.2.2	Рациональные неравенства
	2.2.3	Показательные неравенства
	2.2.4	Логарифмические неравенства
	2.2.5	Системы линейных неравенств
	2.2.6	Системы неравенств с одной переменной
	2.2.7	Равносильность неравенств, систем неравенств
	2.2.8	Использование свойств и графиков функций при решении неравенств
	2.2.9	Метод интервалов
2.2.10	Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем	
3		Функции
3.1		<i>Определение и график функции</i>
	3.1.1	Функция, область определения функции
	3.1.2	Множество значений функции
	3.1.3	График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях
	3.1.4	Обратная функция. График обратной функции
3.1.5	Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат	
3.2		<i>Элементарное исследование функций</i>
	3.2.1	Монотонность функций. Промежутки возрастания и убывания
	3.2.2	Четность и нечетность функций
	3.2.3	Периодичность функций
	3.2.4	Ограниченность функций
	3.2.5	Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции
3.2.6	Наибольшее и наименьшее значения функции	

Код раздела	Код контролируемого элемента	Элементы содержания, проверяемые заданиями экзаменационной работы
3.3		<i>Основные элементарные функции</i>
	3.3.1	Линейная функция, ее график
	3.3.2	Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, ее график
	3.3.3	Квадратичная функция, ее график
	3.3.4	Степенная функция с натуральным показателем, ее график
	3.3.5	Тригонометрические функции, их графики
	3.3.6	Показательная функция, ее график
	3.3.7	Логарифмическая функция, ее график
4		Начала математического анализа
4.1		<i>Производная</i>
	4.1.1	Понятие о производной функции, геометрический смысл производной
	4.1.2	Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком
	4.1.3	Уравнение касательной к графику функции
	4.1.4	Производные суммы, разности, произведения, частного
	4.1.5	Производные основных элементарных функций
	4.1.5	Вторая производная и ее физический смысл
4.2		<i>Исследование функций</i>
	4.2.1	Применение производной к исследованию функций и построению графиков
	4.2.2	Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах
4.3		<i>Первообразная и интеграл</i>
	4.3.1	Первообразные элементарных функций
	4.3.2	Примеры применения интеграла в физике и геометрии
5		Геометрия
5.1		<i>Планиметрия</i>
	5.1.1	Треугольник
	5.1.2	Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат
	5.1.3	Трапеция
	5.1.4	Окружность и круг
	5.1.5	Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника
	5.1.6	Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника
	5.1.7	Правильные многоугольники. Вписанные и описанные окружности правильного многоугольника
5.2		<i>Прямые и плоскости в пространстве</i>
	5.2.1	Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых
	5.2.2	Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства
	5.2.3	Параллельность плоскостей, признаки и свойства
	5.2.4	Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трех перпендикулярах
	5.2.5	Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства
	5.2.6	Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур

Код раздела	Код контролируемого элемента	Элементы содержания, проверяемые заданиями экзаменационной работы
5.3		<i>Многогранники</i>
	5.3.1	Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма
	5.3.2	Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде
	5.3.3	Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида
	5.3.4	Сечения куба, призмы, пирамиды
	5.3.5	Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр)
5.4		<i>Тела и поверхности вращения</i>
	5.4.1	Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка
	5.4.2	Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка
	5.4.3	Шар и сфера, их сечения
5.5		<i>Измерение геометрических величин</i>
	5.5.1	Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности
	5.5.2	Угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью
	5.5.3	Длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника
	5.5.4	Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными прямыми, параллельными плоскостями
	5.5.5	Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора
	5.5.6	Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы
5.5.7	Объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара	
5.6		<i>Координаты и векторы</i>
	5.6.1	Декартовы координаты на плоскости и в пространстве
	5.6.2	Формула расстояния между двумя точками; уравнение сферы
	5.6.3	Вектор, модуль вектора, равенство векторов; сложение векторов и умножение вектора на число
	5.6.4	Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам
	5.6.5	Компланарные векторы. Разложение по трем некомпланарным векторам
5.6.6	Координаты вектора; скалярное произведение векторов; угол между векторами	
6		Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей
6.1		<i>Элементы комбинаторики</i>
	6.1.1	Поочередный и одновременный выбор
	6.1.2	Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона
6.2		<i>Элементы статистики</i>
	6.2.1	Табличное и графическое представление данных
	6.2.2	Числовые характеристики рядов данных
6.3		<i>Элементы теории вероятностей</i>
	6.3.1	Вероятности событий
	6.3.2	Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач